

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ:

проректор по научно-методической
и учебной работе

Е.И. Скафа

«22» апреля 2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ»

Направление подготовки:	01.04.01 Математика
Магистерская программа:	Математика
Образовательная программа:	академическая магистратура
Квалификация:	магистр
Форма обучения:	<u>очная</u> , очно-заочная, заочная нужное подчеркнуть

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан факультета математики
и информационных технологий

И. А. Моисеенко

«16» апреля 2020 г.



Программа учебной дисциплины «Избранные задачи теории чисел» составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) направления подготовки 01.04.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 августа 2015 г. № 827;

Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики, утвержденного приказом Министерства образования и науки ДНР № 1171 от «10» ноября 2017 г.;

учебного плана и основной образовательной программы Математика, направления подготовки 01.04.01 Математика, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

Профессор кафедры математического анализа
и дифференциальных уравнений

 В.В. Волчков

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений

Протокол № 10 от «09» апреля 2020 г.
Заведующий кафедрой

 Вит.В. Волчков

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией факультета математики и информационных технологий
Протокол № 8 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета

 Л.И. Селякова

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Учебная дисциплина «Избранные задачи теории чисел» относится к вариативной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» по направлению подготовки 01.04.01 Математика (магистерская программа: Математика). Для студентов направления подготовки 01.04.01 Математика дисциплина реализуется кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин, изучаемых в бакалавриате:

- математический анализ,
- комплексный анализ,
- теория чисел,
- научный семинар;

и формирует основу для прохождения практики, подготовки выпускной квалификационной работы:

2. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

<i>Характеристика учебной дисциплины</i>		
Направление подготовки	01.04.01 Математика	
Магистерская программа	Математика	
Образовательная программа	академическая магистратура	
Квалификация	магистр	
Количество содержательных модулей	1	
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы	дисциплина вариативной части	
Формы контроля (МК, экзамен, зачет)	1 модульный контроль, 1 экзамен	
Показатели	очная форма обучения	заочная форма обучения
Количество зачетных единиц (кредитов)	4	
Год подготовки	2	
Семестр	3	
Количество часов	144	
- лекционных	14	
- практических, семинарских	42	
- лабораторных	-	
- самостоятельной работы	88	
в т.ч. индивидуальное задание	-	
Недельное количество часов,	10,3	
в т.ч. аудиторных	4	

3. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи

Цель – углубленная подготовка в области классического анализа (вещественного и комплексного); овладение методами аналитической теории чисел, используемых в арифметических задачах; овладение современным математическим аппаратом для

дальнейшего использования в науке и приложениях; формирование у студентов научного подхода; обучить студентов основным современным методам аналитической теории чисел; ознакомление студентов с важнейшими математическими проблемами и методами их решения; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах, формирование научного мировоззрения; ознакомление студентов с важнейшими математическими проблемами и методами их решения; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах, формирование научного мировоззрения.

Задачи – Обучить студентов основным современным методам аналитической теории чисел; ознакомление студентов с важнейшими математическими проблемами и методами их решения, формирование научного мировоззрения.

Требования к результатам освоения дисциплины. Процесс изучения дисциплины «Избранные задачи теории чисел» направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО РФ по направлению подготовки 01.04.01 Математика и основной образовательной программой высшего образования направления подготовки 01.04.01 Математика (магистерская программа: Математика):

а) общекультурных (ОК): способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1);

б) общепрофессиональных (ОПК): способность находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики (ОПК-1); способность создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках (ОПК-2); готовность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-4);

в) профессиональных (ПК):

в научно-исследовательской деятельности: способность к интенсивной научно-исследовательской работе (ПК-1);

в производственно-технологической деятельности: способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач (ПК-4);

в организационно-управленческой деятельности: способность к применению методов математического и алгоритмического моделирования при анализе экономических и социальных процессов, задач бизнеса, финансовой и актуарной математики (ПК-7); способность формулировать в проблемно-задачной форме не математические типы знания (в том числе гуманитарные) (ПК-8).

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

- ✓ основные теоретические сведения о рассматриваемых в курсе понятиях (определения, свойства, связь между ними),
- ✓ понятия и вспомогательные утверждения, необходимые для формулировки и доказательства основных теорем курса,
- ✓ методику доказательства основных утверждений курса,
- ✓ связь рассматриваемой проблематики с различными вопросами теории функций.

Уметь:

- ✓ доказывать некоторые утверждения курса,
- ✓ пояснять основные понятия курса,
- ✓ работать с научной литературой.

Владеть:

- ✓ методикой доказательства некоторых утверждений курса,

- ✓ навыками применения методов теории чисел к различным арифметическим проблемам,
- ✓ общими методами научного исследования.

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

В курсе дисциплины «Избранные задачи теории чисел» предусмотрены лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках самостоятельной работы студенты отрабатывают и закрепляют навыки решения задач по материалу курса, а также изучают дополнительную литературу.

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
Содержательный модуль 1	
Тема 1. Делимость	Основные понятия и обозначения, свойства целых чисел, основная теорема арифметики, задачи, связанные с делимостью чисел
Тема 2. Простые числа	Бесконечность различных множеств простых чисел, Распределение и свойства простых чисел. Теоремы Вильсона, Ферма, Эйлера.
Тема 3. Основные функции в теории чисел	Функции Эйлера, Мёбиуса, Римана. Число и сумма делителей. Мультипликативность. Свойства мультипликативных функций.
Тема 4. Уравнения с целочисленными решениями	Задачи, приводящие к уравнениям в целых числах. Решение олимпиадных задач, линейные уравнения. Уравнения Ферма, Эйлера, Пелля. Проблема Варинга и теорема Гильберта.
Тема 5. Дзета-функция Римана	Определение и свойства дзета-функции Римана. Формула Эйлера. Аналитическое продолжение. Гипотеза Римана и её связь с арифметическими задачами.

Тематический план

Содержательный модуль 1												
Названия содержательных модулей и тем	Количество часов											
	Очная форма обучения						Заочная форма обучения					
	всего	в т.ч.					всего	в т.ч.				
		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа		лекции	практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа
Тема 1. Делимость	20	2	6		12							
Тема 2. Простые числа	30	3	9		18							
Тема 3. Основные функции в теории чисел	30	3	9		18							
Тема 4. Уравнения с целочисленными решениями	32	3	9		20							

Тема 5. Дзета-функция Римана	32	3	9		20							
Итого	144	14	42		88							

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЛЕКЦИОННЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Темы лекционных занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основная теорема арифметики	2
2	Определение и основные свойства мультипликативных функций	2
3	Великая теорема Ферма	2
4	Теорема Эйлера	2
5	Распределение простых чисел	2
6	Теорема Гильберта о суммах степеней	2
7	Дзета-функция Римана	2
	ВСЕГО	14

Темы практических занятий

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основная теорема арифметики	2
2	Определение и примеры мультипликативных функций	2
3	Основные свойства мультипликативных функций	2
4	Тождество Эйлера	2
5	Великая теорема Ферма	2
6	История исследования Великой теоремы Ферма	2
7	Первый случай Великой теоремы Ферма	2
8	Второй случай Великой теоремы Ферма	2
9	Теорема Эйлера	2
10	Распределение простых чисел	2
11	Теоремы Чебышёва	2
12	Теоремы Адамара и Валле-Пуссена	2
13	Основные методы, применяемые при исследовании простых чисел	2
14	Теоремы о близнецах	2
15	Простые числа в прогрессиях	2
16	Теорема Дирихле	2
17	Теорема Линника	2
18	История исследования проблемы Варинга	2

19	Контрпримеры в проблеме Варинга	2
20	Теорема Гильберта	2
21	Дзета-функция Римана	2
	ВСЕГО	42

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Организация самостоятельной работы студентов

№ п/п	Название темы	Количество часов
1	Основная теорема арифметики	4
2	Определение и примеры мультипликативных функций	4
3	Основные свойства мультипликативных функций	4
4	Тождество Эйлера	3
5	Великая теорема Ферма	4
6	История исследования Великой теоремы Ферма	3
7	Первый случай Великой теоремы Ферма	4
8	Второй случай Великой теоремы Ферма	4
9	Теорема Эйлера	4
10	Распределение простых чисел	4
11	Теоремы Чебышёва	6
12	Теоремы Адамара и Валле-Пуссена	4
13	Основные методы, применяемые при исследовании простых чисел	6
14	Теоремы о близнецах	4
15	Простые числа в прогрессиях	4
16	Теорема Дирихле	4
17	Теорема Линника	4
18	История исследования проблемы Варинга	4
19	Контрпримеры в проблеме Варинга	4
20	Теорема Гильберта	4
21	Дзета-функция	6
	ВСЕГО	88

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. Основная теорема арифметики
2. Определение и основные свойства мультипликативных функций
3. Великая теорема Ферма
4. Теорема Эйлера
5. Распределение простых чисел
6. Теорема Гильберта о суммах степеней
7. Теорема Вильсона

8. ОБРАЗЕЦ МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.04.01 Математика
 Магистерская программа: Математика
 Программа подготовки: академическая магистратура
 Семестр: третий
 Учебная дисциплина: Избранные задачи теории чисел

МОДУЛЬНАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ВАРИАНТ №1

1. Определение мультипликативной функции
2. Теорема Эйлера
3. Теорема Вильсона

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол №__ от «__» _____ 201_ года

Заведующий кафедрой
Преподаватель

Вит.В.Волчков
В.В.Волчков

Критерии оценивания модульного контроля

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	30
2	35
3	35
Всего	100

9. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Теоретические вопросы к экзамену

1. Основная теорема арифметики
2. Определение и основные свойства мультипликативных функций
3. Великая теорема Ферма
4. Теорема Эйлера
5. Распределение простых чисел
6. Теорема Гильберта о суммах степеней
7. Теорема Вильсона
8. Определение дзета-функции
9. Определение функций Дирихле
10. Проблема Варинга
11. Теорема Бруна
12. Теорема Жермен

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и информационных технологий

Направление подготовки: 01.04.01 Математика
 Магистерская программа: Математика
 Программа подготовки: академическая магистратура
 Семестр: третий
 Учебная дисциплина: Избранные задачи теории чисел

БИЛЕТ №1

1. Определение мультипликативной функции

2. Теорема Гильберта

3. Теорема Вильсона

Утверждено на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений, протокол №__ от «__» _____ 201__ года, протокол №__ от «_____» _____ 20____ г.

Заведующий кафедрой
Экзаменатор

Вит.В.Волчков
В.В. Волчков

Критерии оценивания экзамена

<i>Номер задания</i>	<i>Количество баллов</i>
1	30
2	35
3	35
Всего	100

10. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

По курсу предполагается проведение промежуточной аттестации в виде модульного контроля и экзамена. Экзамен сдают студенты с целью повышения рейтинга.

**Распределение баллов, которые могут получить студенты
в процессе изучения дисциплины**

Модульный контроль	Всего
Мах 100 баллов	100 баллов

Шкала соответствия баллов национальной шкале

Оценка по шкале ECTS	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачет)	Оценка по государственной шкале (зачет)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях, оснащенных комплектами учебной мебели, меловой или маркерной доской.

12. РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

№ п/п	Наименование	Кол-во экземпляров в библиотеке ДонНУ	Наличие электронной версии в ЭБС
Основная литература			
1.	Волчков В.В. Современные методы математических исследований [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).	-	+
2.	Волчков В.В. Методы решения математических задач [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).	-	+
Дополнительная литература			
3.	Манин, Ю. И. Введение в современную теорию чисел / Ю. И. Манин, А. А. Панчишкин. - Изд. 2-е. - Москва : Изд-во МЦНМО, 2013. - 552 с.	1	-
4.	Нестеренко, Ю. В. Теория чисел : учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности "Математика" / Ю. В. Нестеренко. - Москва : Академия, 2008. - 264, [1] с.	51	-
5.	Дирихле, П. Г. Л. Лекции по теории чисел : в обработке и с добавлениями Р. Дедекинда / П. Г. Дирихле ; пер. с нем. А. И. и С. И. Каменецких ; под ред. Б. И. Сегала. - изд. 3-е. - Москва : Либроком, 2009. - 369 с.	1	-

6.	Карацуба, А.А. Основы аналитической теории чисел/ А.А. Карацуба. –М. : Наука, 1983. -240с.	21	-
----	---	----	---

13. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> — учебники и другие книги по математике;

<http://ilib.mccme.ru/> — интернет-библиотека Виталия Арнольда;

<http://techlibrary.ru/> — техническая библиотека;

<http://donnu.ru/science/journals> — научные журналы ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»;

<http://mondnr.ru/> — Министерство образования и науки Донецкой Народной республики;

<http://resobrnadzor.ru/> — Республиканская служба по контролю и надзору в сфере образования и науки;

<https://www.donippo.org/> — ГОУ ДПО «Донецкий республиканский институт дополнительного педагогического образования»;

<http://ipro-vm.at.ua/> — Отдел математики Донецкого РИДПО.

14. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДОННУ № 46484614);
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДОННУ лицензия № 46472919);
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений).

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В.Волчков

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В.Волчков

Рабочая программа рассмотрена и переутверждена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений с изменениями (без изменений) на 20_____ год.

Протокол № ____ от “ ____ ” _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой

Вит.В.Волчков